

Asservissement linéaire

Centre Interuniversitaire de préparation à
l'Agrégation de Physique

Montrouge 2015-2016



kenneth.maussang@ens.fr

Bibliographie

H-Prépa

Electronique I, 2^{ième} année (n'aborde pas les corrections PI, PID).

Delacressonnière
Olivier, More, Gié

Electronique, 2^{ième} année.
Physique, PSI.

Krob

Electronique expérimentale.

Les livres qui suivent correspondent à un enseignement de technologie.

Descotes-Genon

L'automatique en classe prépa

Vibet

Systèmes asservis linéaires continus

Manneville & Esquieu

Systèmes bouclés linéaires de
communication & filtrage.

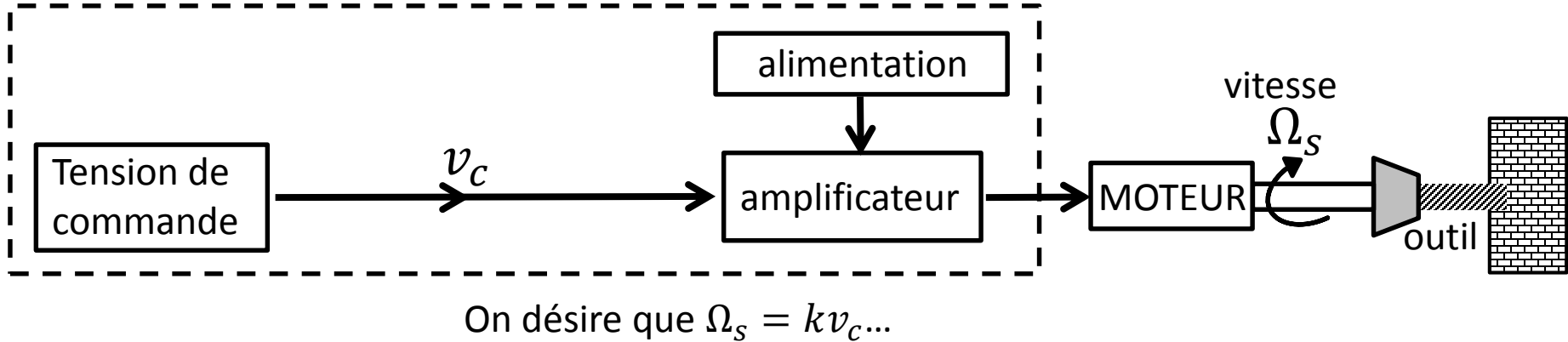
Montage : MP27 Systèmes bouclés.

Leçon : LP21 Rétroaction et oscillations.

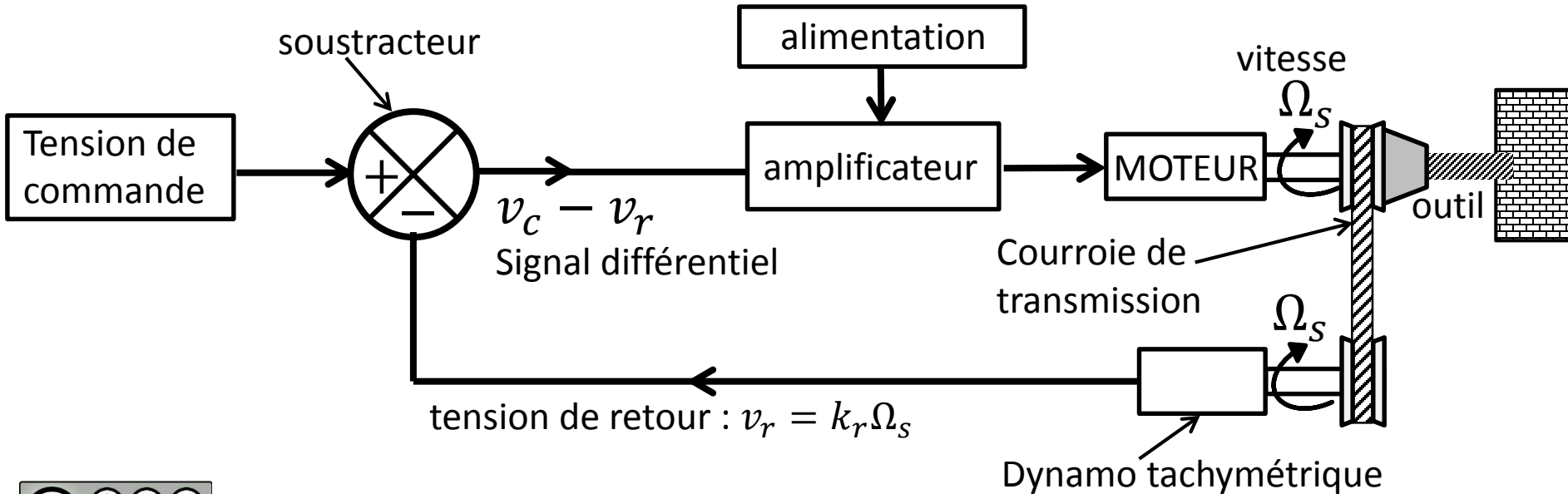
1. Introduction

1. Exemple d'un asservissement de vitesse de rotation

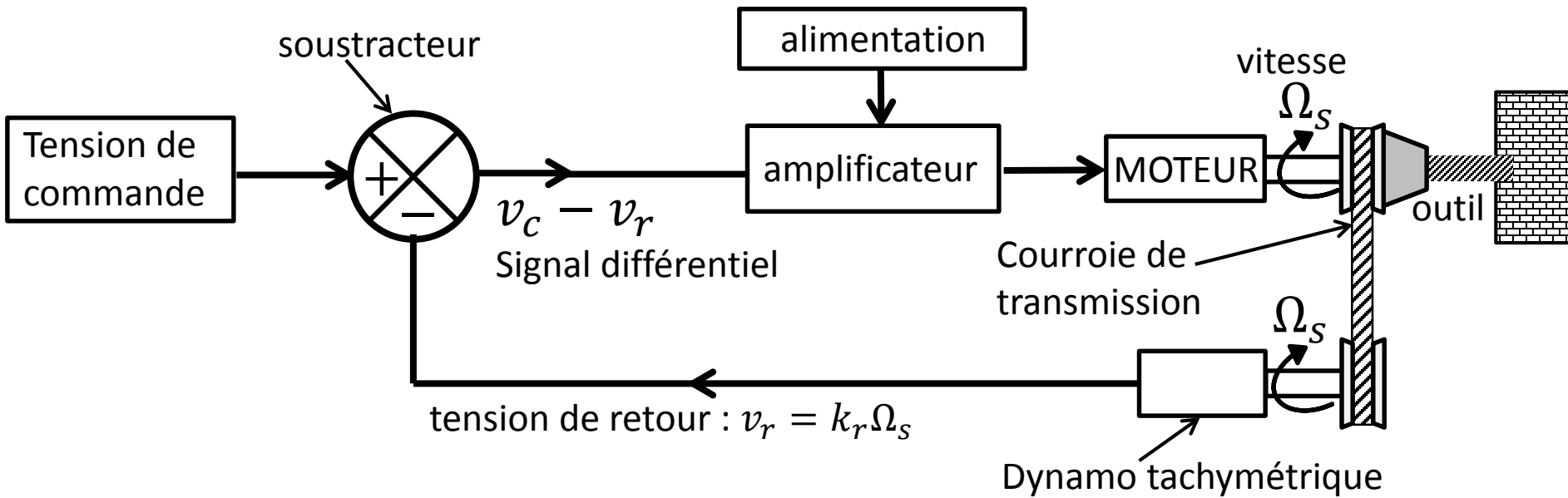
1.1 Cas d'une commande sans boucle



1.2 Cas d'une commande avec boucle de rétroaction



1. Introduction



Justification du signe – du soustracteur : **rétroaction négative**.

Cas où le gain de l'amplificateur tend vers l'infini.

Il y a asservissement de Ω_s par v_c .

L'énergie de l'outil provient de l'alimentation, pas de la tension de commande.

1. Introduction

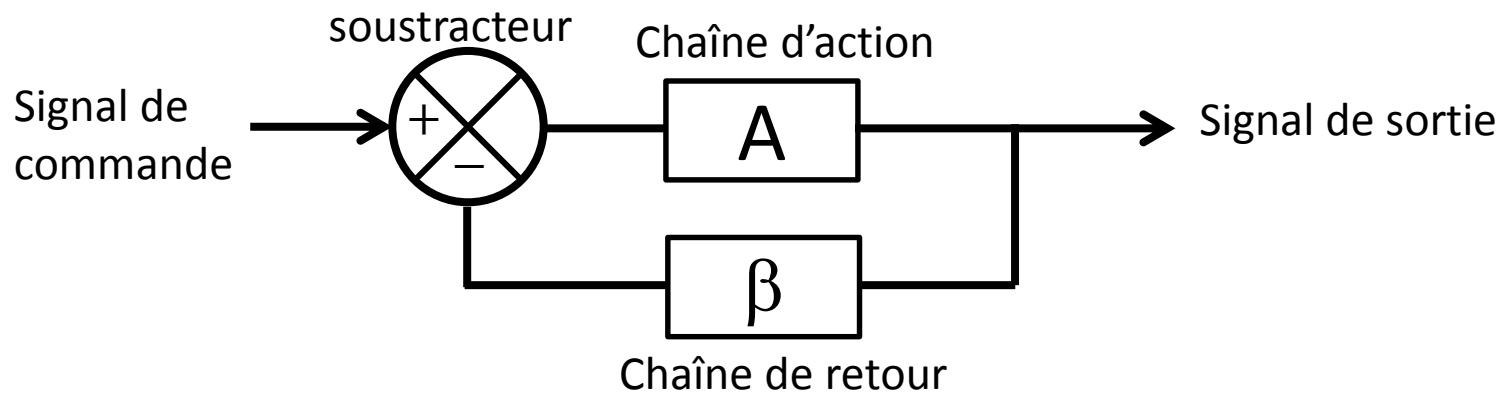
2. Généralisation

Définition de l'asservissement (donnée dans le Robert) : ***une grandeur physique impose ses variations à une autre grandeur sans être influencée par elle.***

En pratique l'asservissement s'obtient par utilisation d'une rétroaction.

En fait nous sommes entourés de systèmes asservis : régulation de température par thermostat, de niveau d'eau dans une chasse d'eau... et nous-mêmes utilisons dans nos actions des rétroactions par la vue, l'ouïe, le sens tactile...

Voici le schéma général d'un système asservi (l'alimentation est incluse dans la chaîne d'action) :



Dans la suite, l'alphabet romain (A, B,...) sera utilisé pour représenter la chaîne d'action, l'alphabet grec pour la chaîne de retour.

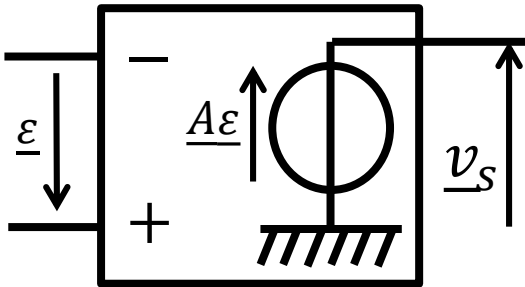
Sur le schéma ci-dessus ne reconnaît-on pas le schéma d'un montage à AmpliOp ?

2. Etude d'un amplificateur suiveur

1. Présentation du système

L'objet étudié en TP se présente sous forme d'une boîte grise à relier à une alimentation d'AmpliOp et avec une entrée +, une entrée - et une sortie.

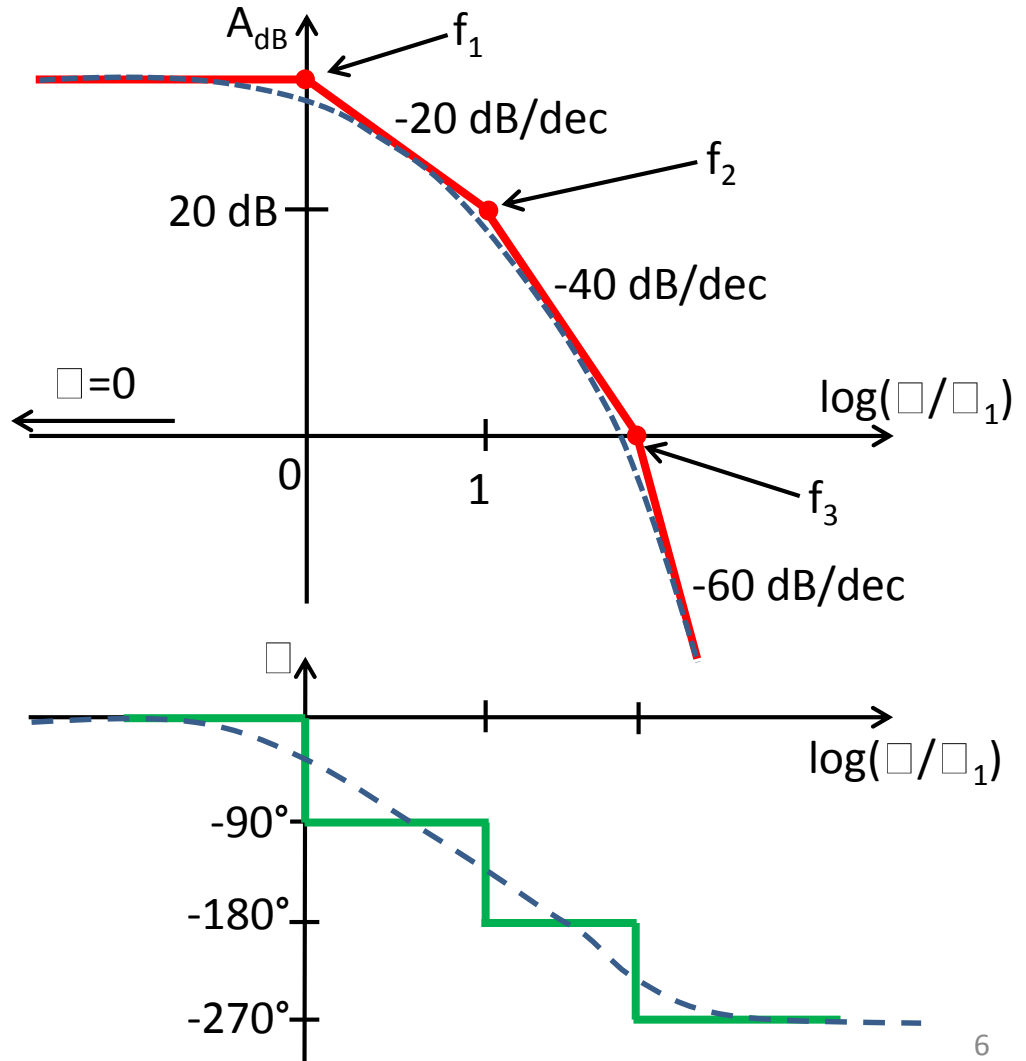
1.1 Diagramme de Bode de l'amplificateur en boucle ouverte



Cette étude expérimentale sera réalisée en TP au moyen du logiciel BODE.

Ce diagramme s'applique aussi à un ensemble amplificateur+moteur qui possède plusieurs fréquences caractéristiques.

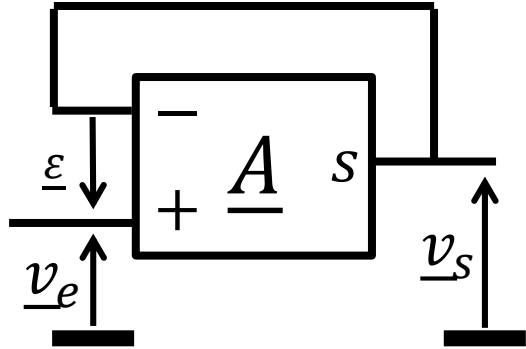
Remarquer qu'il y a une fréquence où $\varphi = -180^\circ$, donc A change de signe.



2. Etude d'un amplificateur suiveur

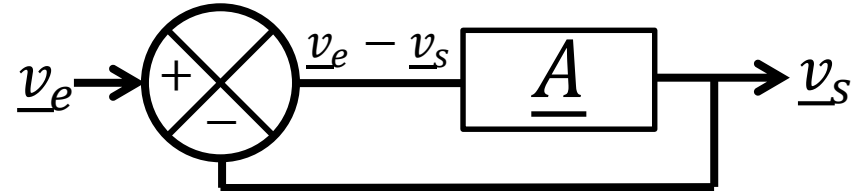
1.2 Réalisation du suiveur, schéma équivalent et gain en régime sinusoïdal

Chaîne de retour unitaire ($\beta=1$)



Comme avec un AmpliOp, on réalise le suiveur en reliant la sortie à l'entrée – par un court-circuit.

Cet ensemble peut être représenté par le schéma équivalent :



$$\underline{A}(\underline{v}_e - \underline{v}_s) = \underline{v}_s \text{ d'où } \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{\underline{A}}{1 + \underline{A}}$$

Si $\underline{A} \rightarrow \infty$, $\underline{v}_s/\underline{v}_e \rightarrow 1$ on a donc bien un suiveur.

2. Critère de stabilité de NYQUIST (forme simplifiée dite « critère du revers »)

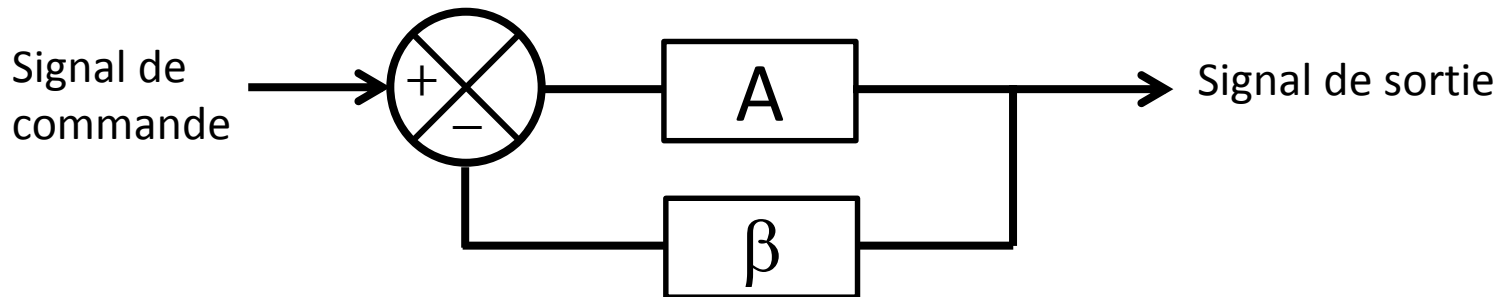
Le principal problème que rencontrent les concepteurs d'asservissements est le risque d'instabilité : il arrive souvent qu'un système stable devienne instable lorsque l'on ferme la boucle de rétroaction. Dans ce cas, le signal de sortie n'atteint pas le régime permanent attendu, mais passe à un régime d'oscillation permanente ou dans un état de saturation permanente en absence de signal d'entrée.

2. Etude d'un amplificateur suiveur

2. Critère de stabilité de NYQUIST (forme simplifiée dite « critère du revers »)

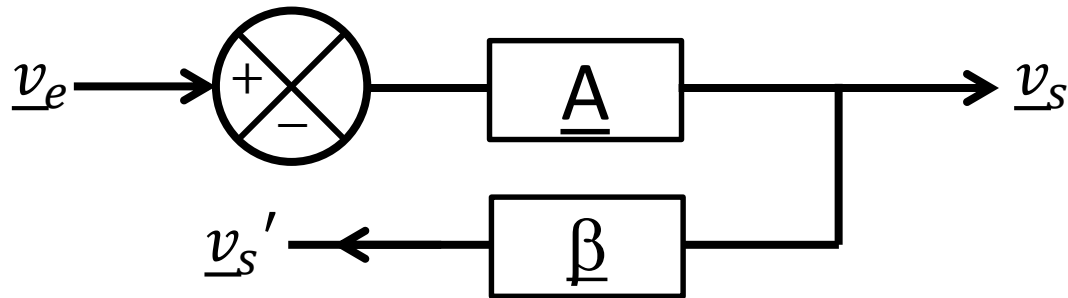
Hormis la simple observation directe, il y a plusieurs méthodes pour savoir si le bouclage va déstabiliser un système linéaire (Cf. H-Prépa Electronique, électrocinétique I, 1^{ière} année p. 104 et H-Prépa Electronique I, 2^{ième} année p. 148). Le critère que l'on va expliciter ici se prête bien à une présentation expérimentale (mais il n'est pas au programme des classes préparatoires, de 1997, bien que H-Prépa Electronique I, 2^{ième} année p.150 l'introduise sans le nommer).

On suppose dans la suite que la chaîne d'action A est stable avant bouclage. On se pose la question : le système **linéaire** suivant est-il stable ?



2. Etude d'un amplificateur suiveur

2. Critère de stabilité de NYQUIST (forme simplifiée dite « critère du revers »)



Pour répondre, le critère de Nyquist indique les opérations suivantes :

- **Ouvrir la boucle** au niveau de la liaison avec le soustracteur ;
- Étudier en **régime sinusoïdal permanent** la fonction de transfert globale en boucle ouverte (**gain de boucle**)

$$\frac{v_s'}{v_e} = \underline{A}(\omega)\underline{\beta}(\omega) = |\underline{A}| |\underline{\beta}| e^{i\varphi}$$

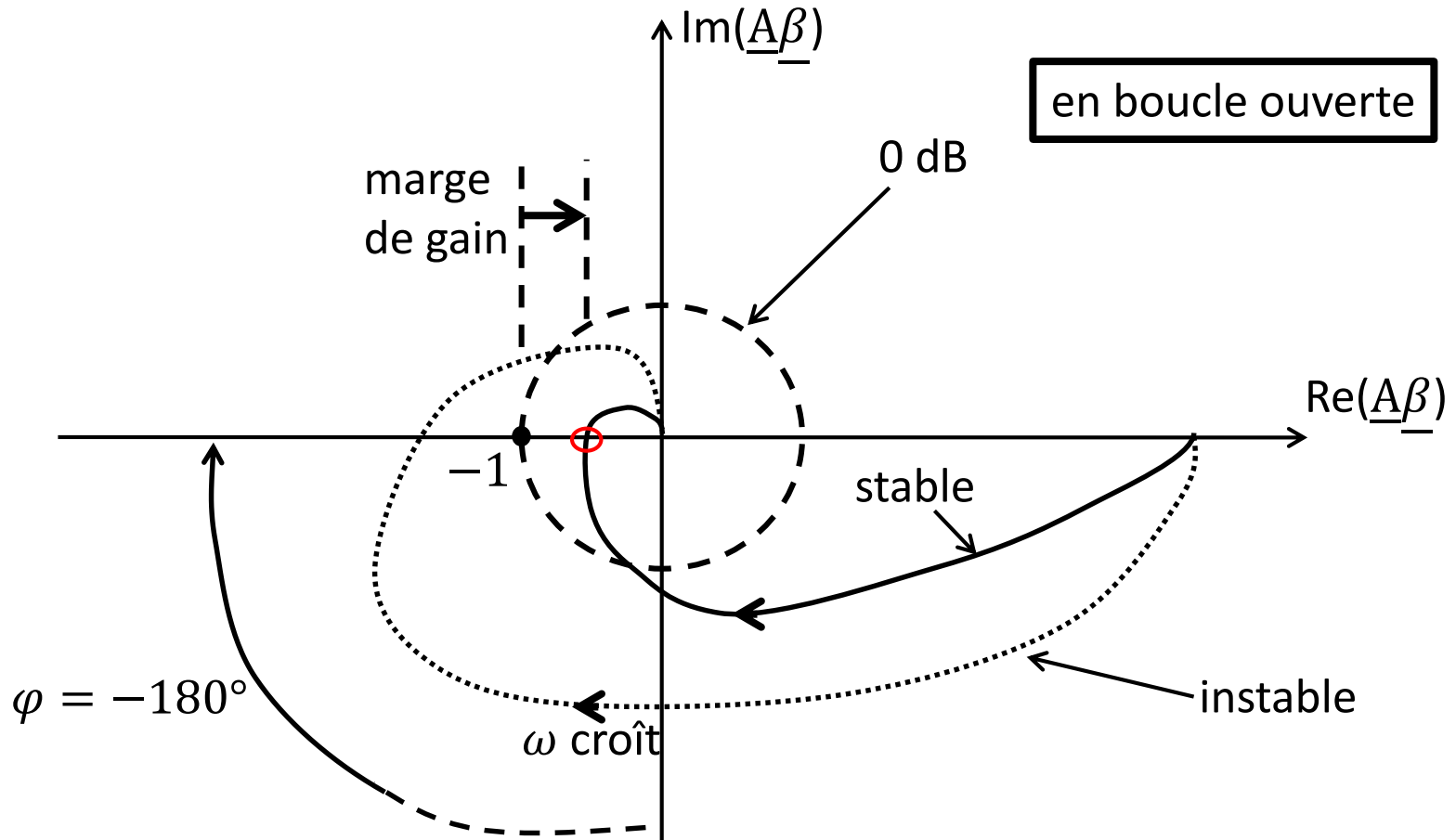
ce qui expérimentalement consiste à mesurer v_e et v_s' avec un voltmètre alternatif et le déphasage entre eux avec un phasemètre ;

- Pour chaque valeur de ω placer un point représentant le gain de la boucle $A\beta$ dans le plan complexe (diagramme de Nyquist).

2. Etude d'un amplificateur suiveur

2. Critère de stabilité de NYQUIST (forme simplifiée dite « critère du revers »)

Pour les systèmes asservis (du type « vitesse ») pas trop compliqués, on obtient typiquement le diagramme ci-dessous :



2. Etude d'un amplificateur suiveur

2. Critère de stabilité de NYQUIST (forme simplifiée dite « critère du revers »)

On voit l'évolution du gain de boucle, sur la courbe en trait gras plein, en suivant le sens de la flèche tracée dessus :

- à basse fréquence le gain est élevé et la phase nulle, ce qui traduit le fait que le système a ses meilleurs performances ;
- lorsque la fréquence tend vers l'infini, le gain de boucle tend vers zéro (propriété générale) et la phase atteint sa valeur extrême (-270° sur la figure). Le fait que la phase soit négative est courant : l'inertie domine, procurant un retard.

Le critère de Nyquist stipule que le système bouclé sera stable lorsque l'on ferme la boucle de rétroaction sur le – du soustracteur, si la courbe n'entoure pas le point fixe d'abscisse -1 (0 dB, -180°), donc si, quand la phase vaut -180° , le gain de boucle est inférieur à 0 dB.

Le système est stable lorsqu'on ferme la boucle, si $G_{-180^\circ} < 0$ dB.

En pratique, pour que le système soit utilisable, il faut une **marge de gain** d'au moins 10 dB : $G_{-180^\circ} < -10$ dB.

2. Etude d'un amplificateur suiveur

2. Critère de stabilité de NYQUIST (forme simplifiée dite « critère du revers »)

Notes :

- Remarque sur les conventions de signe du gain de boucle ;
- La démonstration du critère de Nyquist dans le cas général n'est pas simple. Les justifications intuitives, basées sur des raisonnements séquentiels, sont en contradiction avec les critères de convergence mathématiques.

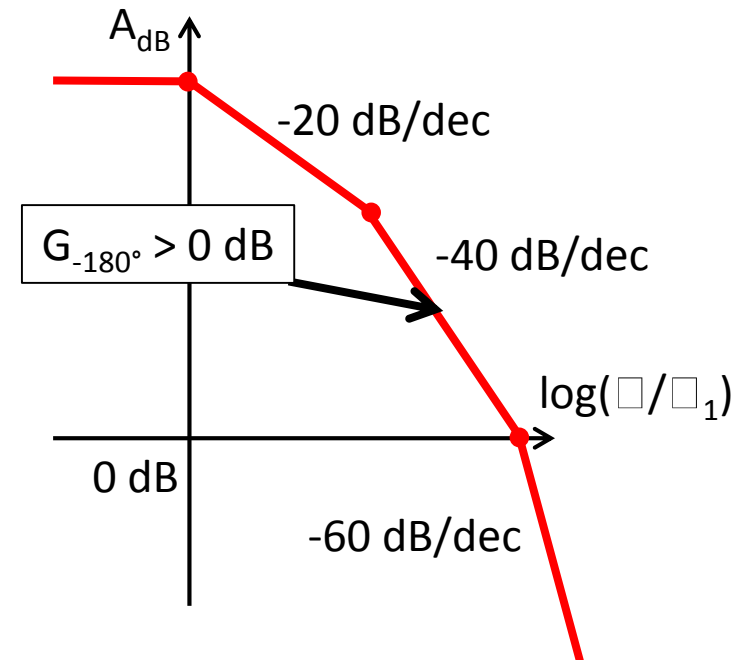
Pourquoi 180° et 0 dB exactement ?

2. Etude d'un amplificateur suiveur

3. Application du critère de stabilité de Nyquist à l'amplificateur suiveur

On est dans le cas où $\beta = 1$ (boucle de retour unitaire), il suffit donc d'étudier \underline{A} . Au lieu d'utiliser le diagramme de Nyquist, on va se servir du diagramme de Bode :

on voit sur le diagramme de Bode de l'amplificateur que, suivant la règle de Bayard-Bode, lorsque $A_{dB}=0$ dB, alors $|\varphi_{0dB}| > 180^\circ$ donc l'amplificateur sera instable après bouclage, ce que l'on vérifie expérimentalement en observant que la tension de sortie, en absence de signal d'entrée, oscille en permanence.



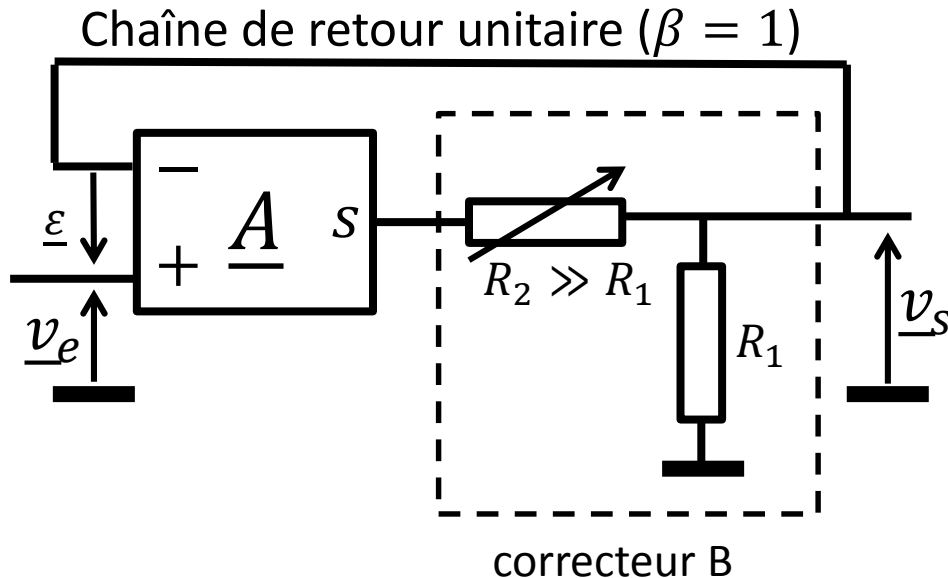
2. Etude d'un amplificateur suiveur

4. Correction proportionnelle

But : rendre le suiveur stable.

4.1 Présentation du correcteur

Pour stabiliser le système, il faut diminuer le gain lorsque la phase prend la valeur de -180° . Pour cela, sans changer la chaîne de retour, on ajoute à la chaîne d'action un diviseur de tension.



On pose

$$B = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$B_{dB} < 0$$

Notes :

Du point de vue de la stabilité, il serait équivalent de placer le correcteur B sur la chaîne de retour, mais alors l'amplificateur ne serait plus un suiveur, son amplification attendue vaudrait $(1+R_2/R_1)$.

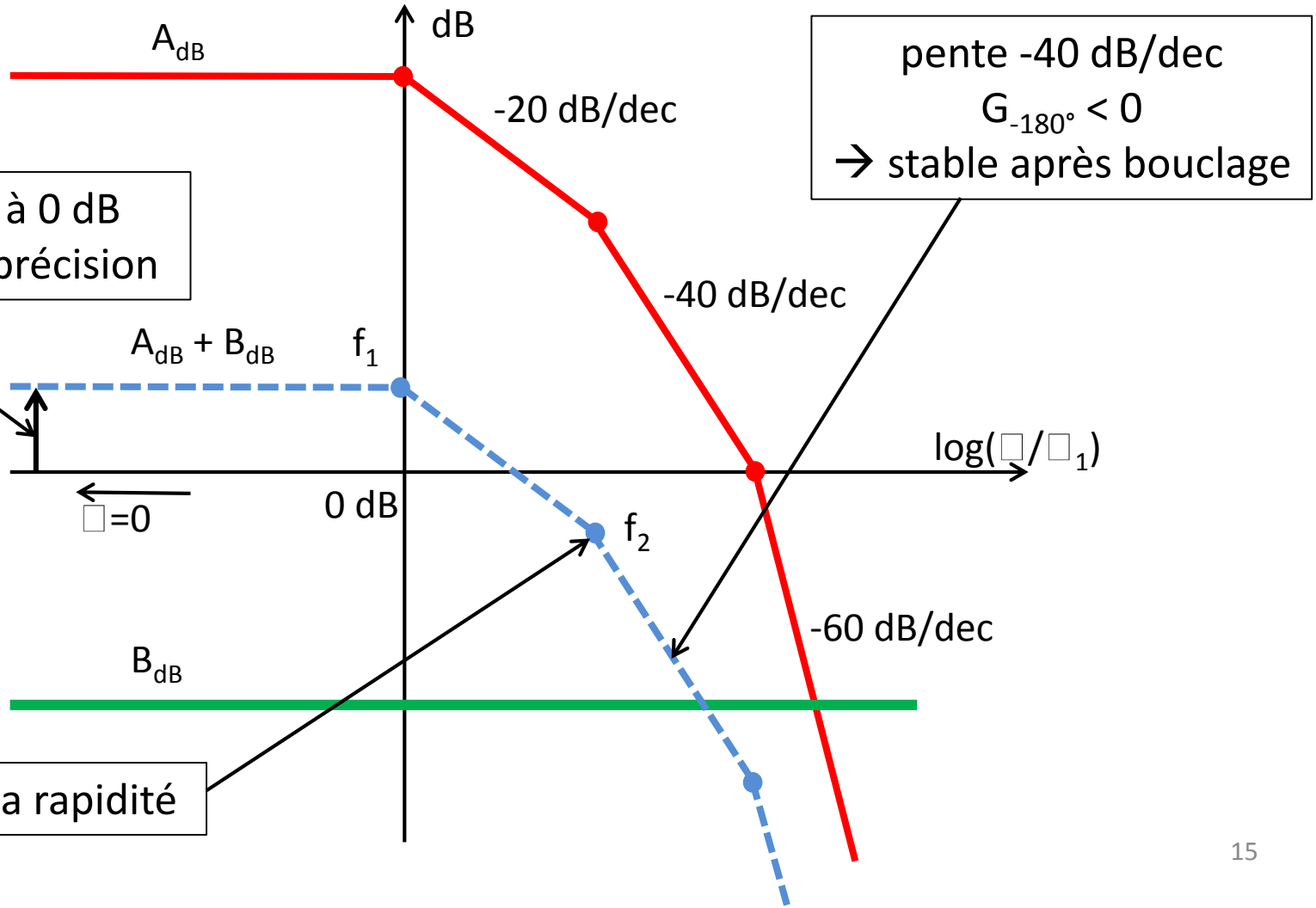
Dans les amplificateurs réels le correcteur est placé avant l'étage de puissance.

2. Etude d'un amplificateur suiveur

4. Correction proportionnelle

4.2 Influence du correcteur sur la stabilité

Tout revient à remplacer \underline{A} par $\underline{A}' = \underline{A} \cdot \underline{B}$ donc $A'_{dB} = A_{dB} + B_{dB}$. Le diagramme en boucle ouverte devient :



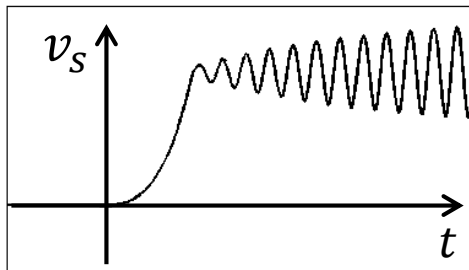
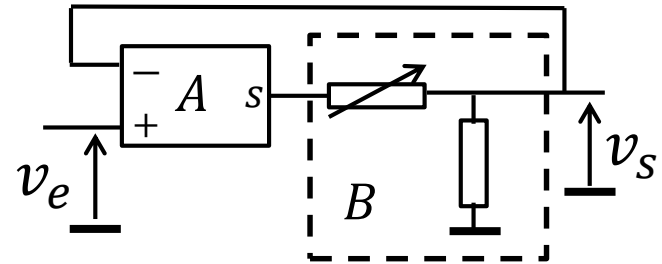
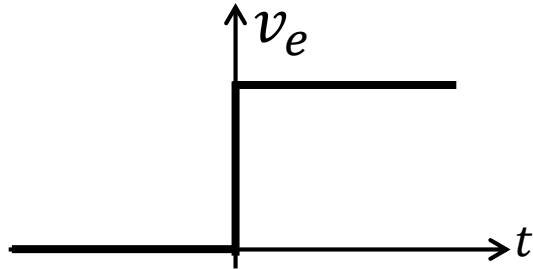
2. Etude d'un amplificateur suiveur

4. Correction proportionnelle

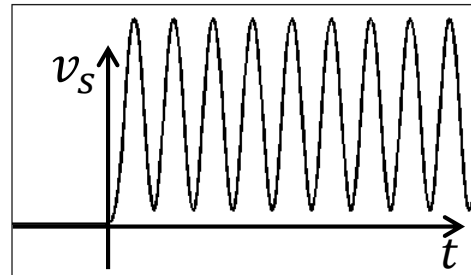
4.3 Etude de la réponse indicielle du système bouclé

4.3.1 Ajustement de la réponse indicielle du système bouclé

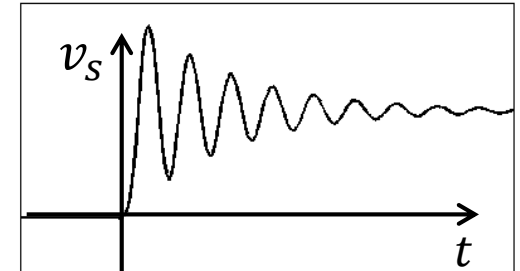
La réponse indicielle est la réponse à un échelon de tension :



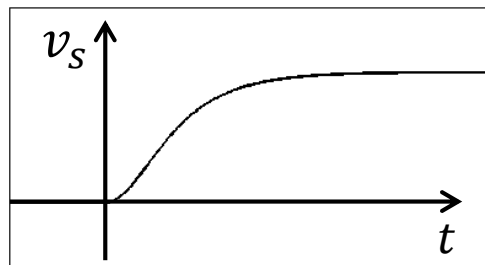
$B=1$, instable



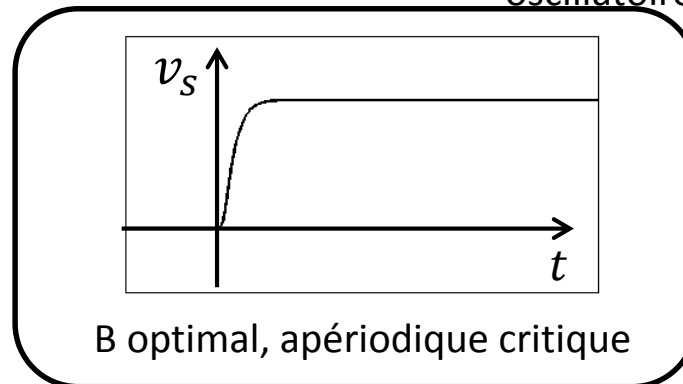
$B=B_{limite}$, sinusoidal



$B < B_{limite}$, mais trop grand oscillatoire amorti



B trop petit, apériodique



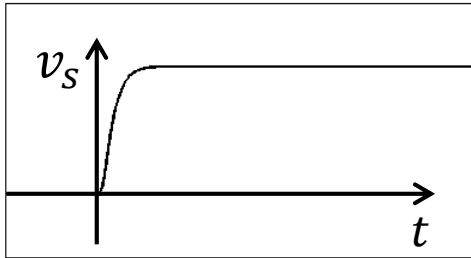
B optimal, apériodique critique

2. Etude d'un amplificateur suiveur

4. Correction proportionnelle

4.3 Etude de la réponse indicielle du système bouclé

4.3.1 Ajustement de la réponse indicielle du système bouclé



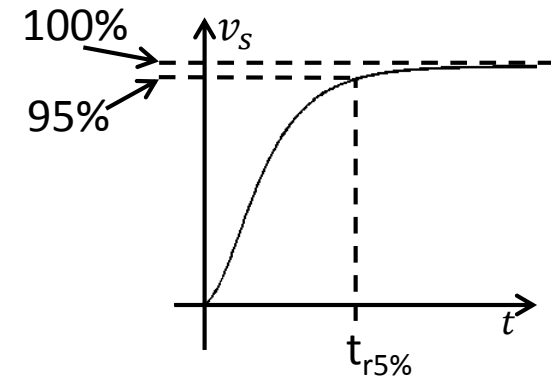
Note :

On se place souvent dans le cas d'un dépassement de 5%...

4.3.2 Temps de réponse à 5% du système bouclé

Ce choix de temps de réponse à 5% est souvent utilisé dans la technologie des systèmes asservis.

Une étude non développée ici indique **qu'au régime critique** : $t_{r5\%} \approx 1/f_2$, où f_2 est la 2^{ème} fréquence de changement de pente du diagramme de Bode en boucle ouverte (passage de -20 dB/dec à -40 dB/dec).



Note :

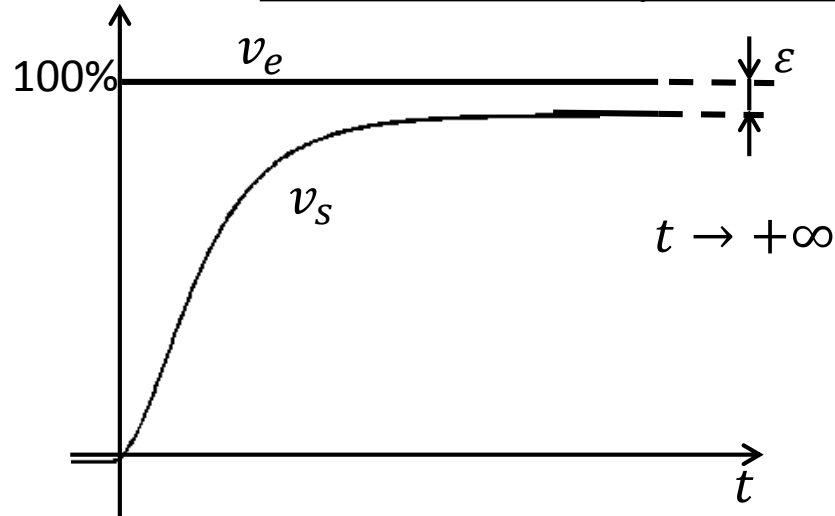
Plus précisément, la correction reportant la fréquence f_3 dans une zone de gain très faible, on peut considérer que le système bouclé est du 2^{ème} ordre, régi par les fréquences f_1 et f_2 . Un calcul un peu lourd permet d'établir que $t_{r5\%} = 1.51/(f_1 + f_2)$. Cependant, cette formule n'étant pas dans les livres, et sa vérification précise n'étant pas nécessaire ici, il est préférable d'en retenir une forme simplifiée, sachant que $f_1 \ll f_2$. Par ailleurs, la formule $t_{r5\%} = 1.51/(f_1 + f_2)$ montre que dans un système du 2^{ème} ordre, c'est la fréquence caractéristique la plus élevée qui impose le temps de réponse.

2. Etude d'un amplificateur suiveur

4. Correction proportionnelle

4.3 Etude de la réponse indicielle du système bouclé

4.3.3 Précision du système bouclé



L'erreur statique est mesurée par l'écart relatif ε entre la valeur attendue (ici $v_s = v_e$ pour le suiveur) et la valeur effectivement obtenue lorsque le régime permanent de la réponse indicielle est atteint, c'est-à-dire au bout d'un temps infini.

L'amplification en boucle fermée peut s'écrire:

$$\frac{v_s}{v_e} = \frac{\underline{A} \cdot B}{1 + \underline{A} \cdot B}.$$

Le régime permanent, qui correspond à une solution continue, est obtenu en se plaçant à fréquence nulle sur le diagramme de Bode : $\underline{A} = A_{0\text{ Hz}}$. On en déduit

$$\varepsilon = 1 - \frac{v_s}{v_e} = \frac{1}{1 + A_{0\text{ Hz}} \cdot B}.$$

Ce qui montre que plus B est petit, plus ε est grand. Conclusion :

LA STABILITE ET LA PRECISION SONT CONTRADICTOIRES

2. Etude d'un amplificateur suiveur

4. Correction proportionnelle

4.3 Etude de la réponse indicielle du système bouclé

4.3.3 Précision du système bouclé

Note (**FACULTATIF**) :

Quelques informations complémentaires sur la « classe » d'un système asservi...

Il s'agit des propriétés du système à fréquence nulle.

De manière générale, le *gain en boucle* d'un système linéaire peut se mettre sous la forme :

$$\frac{v_s'}{v_e} = \underline{A\beta} = \frac{1}{(j\omega)^n} \frac{a_0 + j\omega a_1 + \dots}{b_0 + j\omega b_{n+1} + \dots} \sim \frac{\text{Cste}}{(j\omega)^n} \text{ quand } \omega \rightarrow 0,$$

l'entier n est appelé « classe » du système.

Le gain à fréquence nulle d'un système de classe 0 est fini, alors que celui d'un système de classe $n > 0$ tend vers l'infini. On en déduit qu'un système de classe 0 a toujours une erreur statique alors que ceux de classe supérieure n'en ont pas.

Exemple :

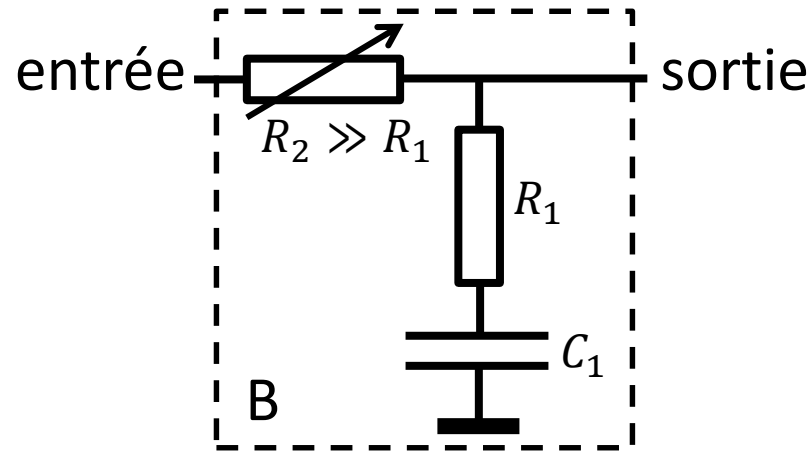
- l'amplificateur étudié ici (de même qu'un moteur asservi en vitesse) est de classe 0 ;
- un moteur asservi en position est de classe 1, son erreur statique est nulle.

2. Etude d'un amplificateur suiveur

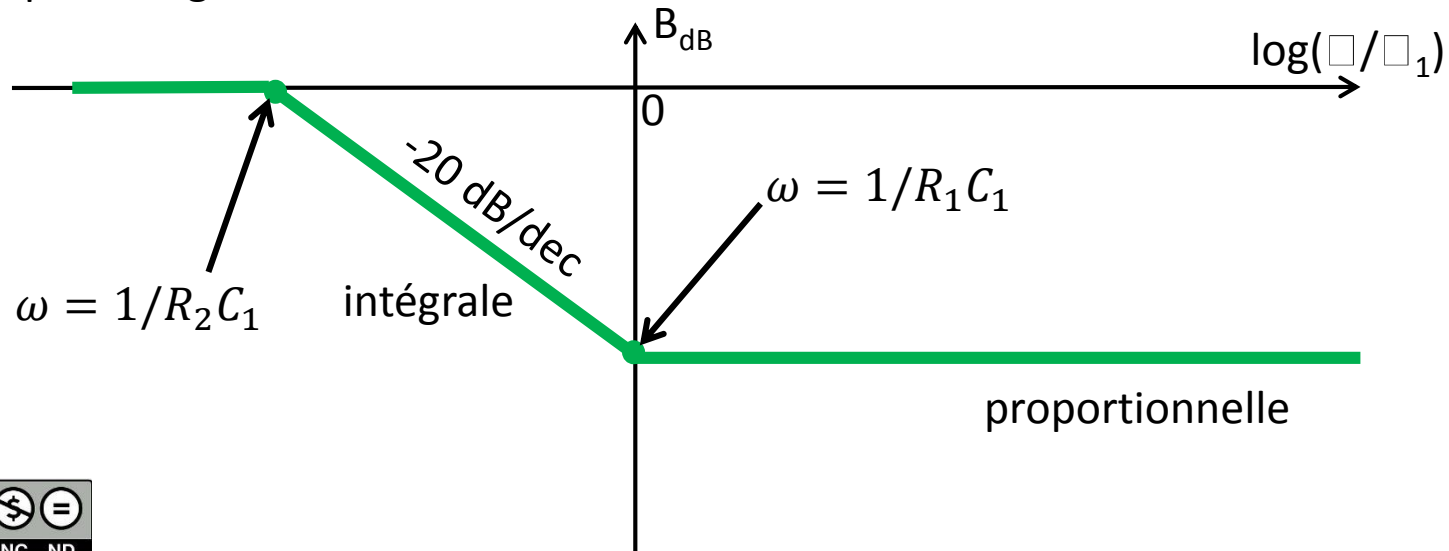
5. Correction proportionnelle et intégrale (P & I)

But : améliorer la précision sans changer la stabilité.

On remplace le correcteur proportionnel par le correcteur suivant :



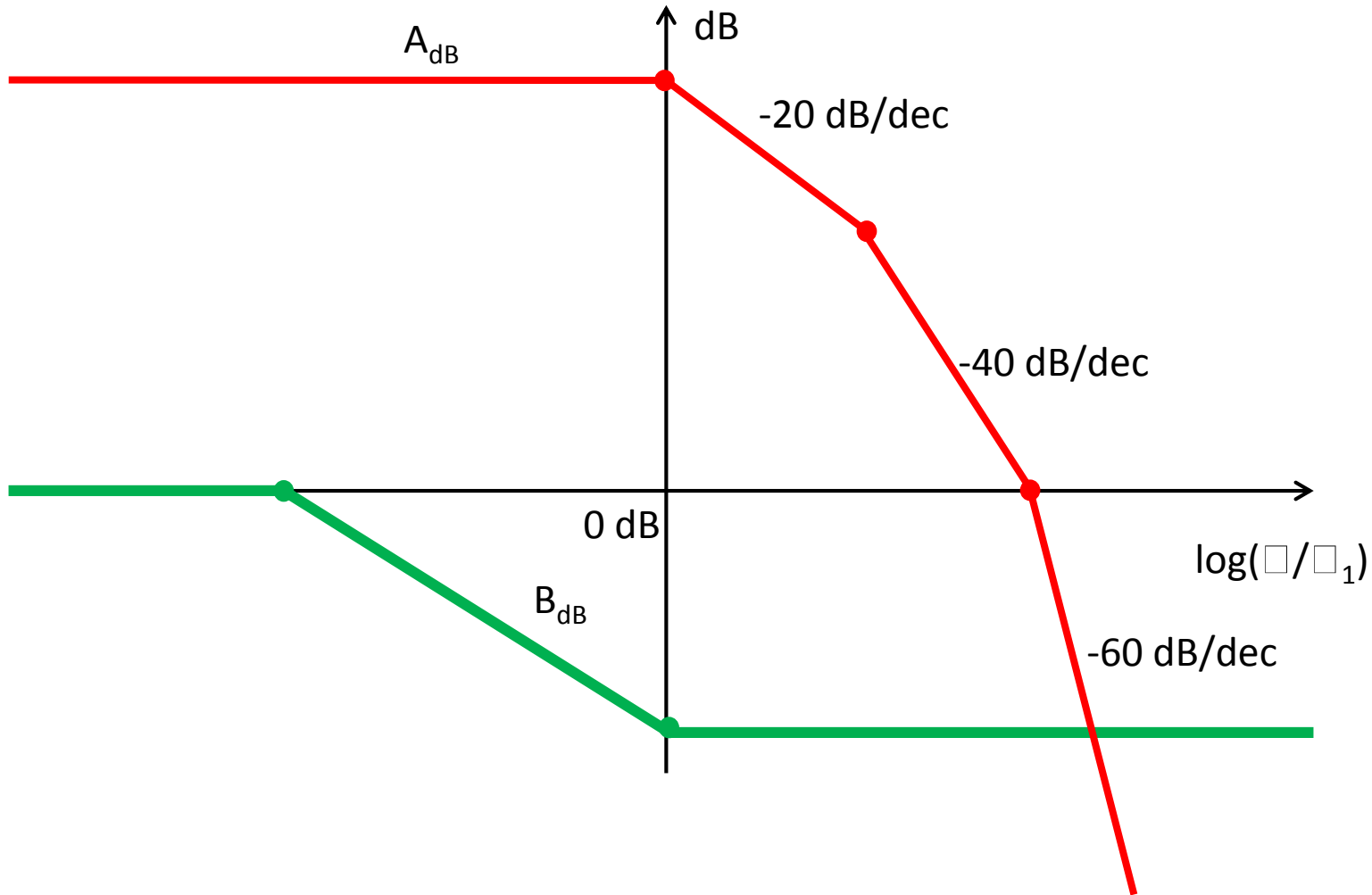
qui a pour diagramme de Bode :



2. Etude d'un amplificateur suiveur

5. Correction proportionnelle et intégrale (P & I)

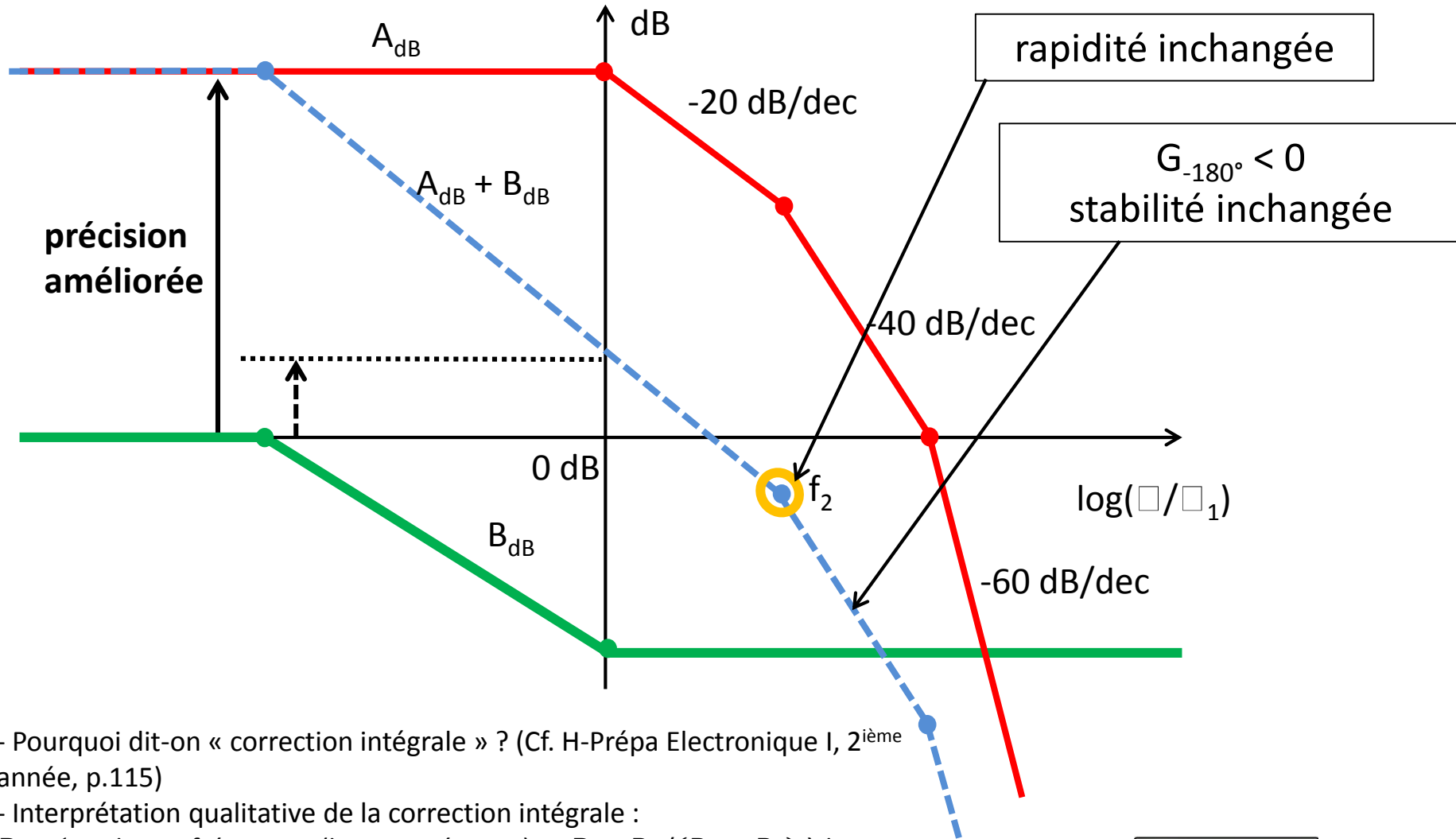
Et voici le résultat de son action sur le gain de boucle :



2. Etude d'un amplificateur suiveur

5. Correction proportionnelle et intégrale (P & I)

Et voici le résultat de son action sur le gain de boucle :



- Pourquoi dit-on « correction intégrale » ? (Cf. H-Prépa Electronique I, 2^{ème} année, p.115)

- Interprétation qualitative de la correction intégrale :

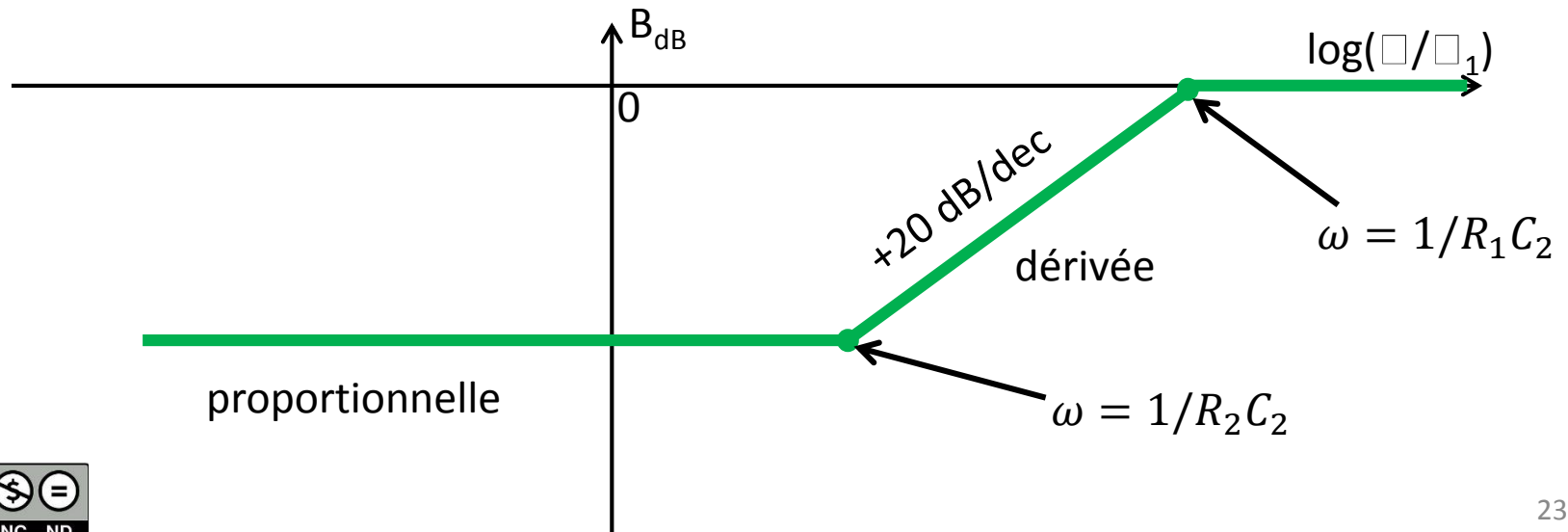
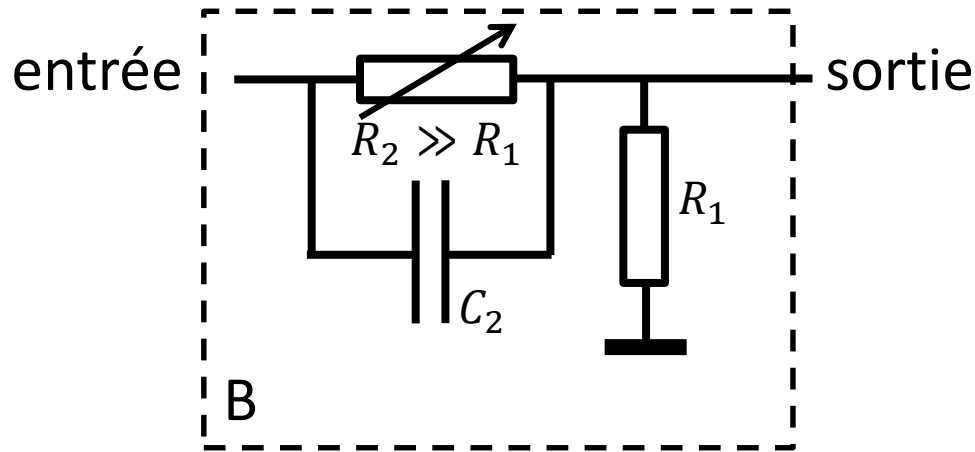
$B \cong 1$ en basse fréquence (bonne précision) et $B \cong R_1/(R_1 + R_2)$ à la fréquence critique correspondant à -180° (stabilité).

2. Etude d'un amplificateur suiveur

6. Correction proportionnelle et dérivée (P & D)

But : améliorer la rapidité.

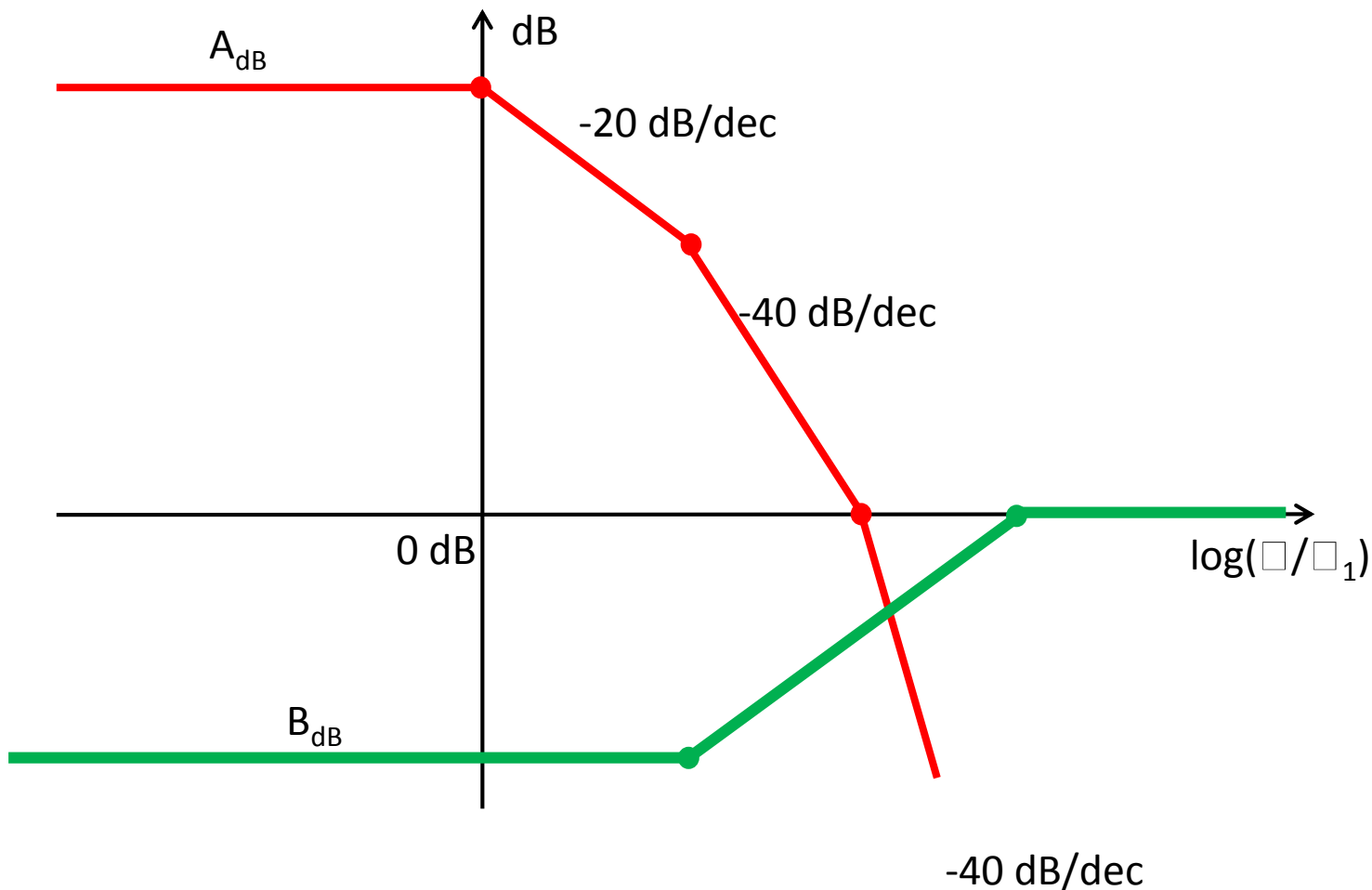
On remplace le correcteur proportionnel par le correcteur suivant :



2. Etude d'un amplificateur suiveur

6. Correction proportionnelle et dérivée (P & D)

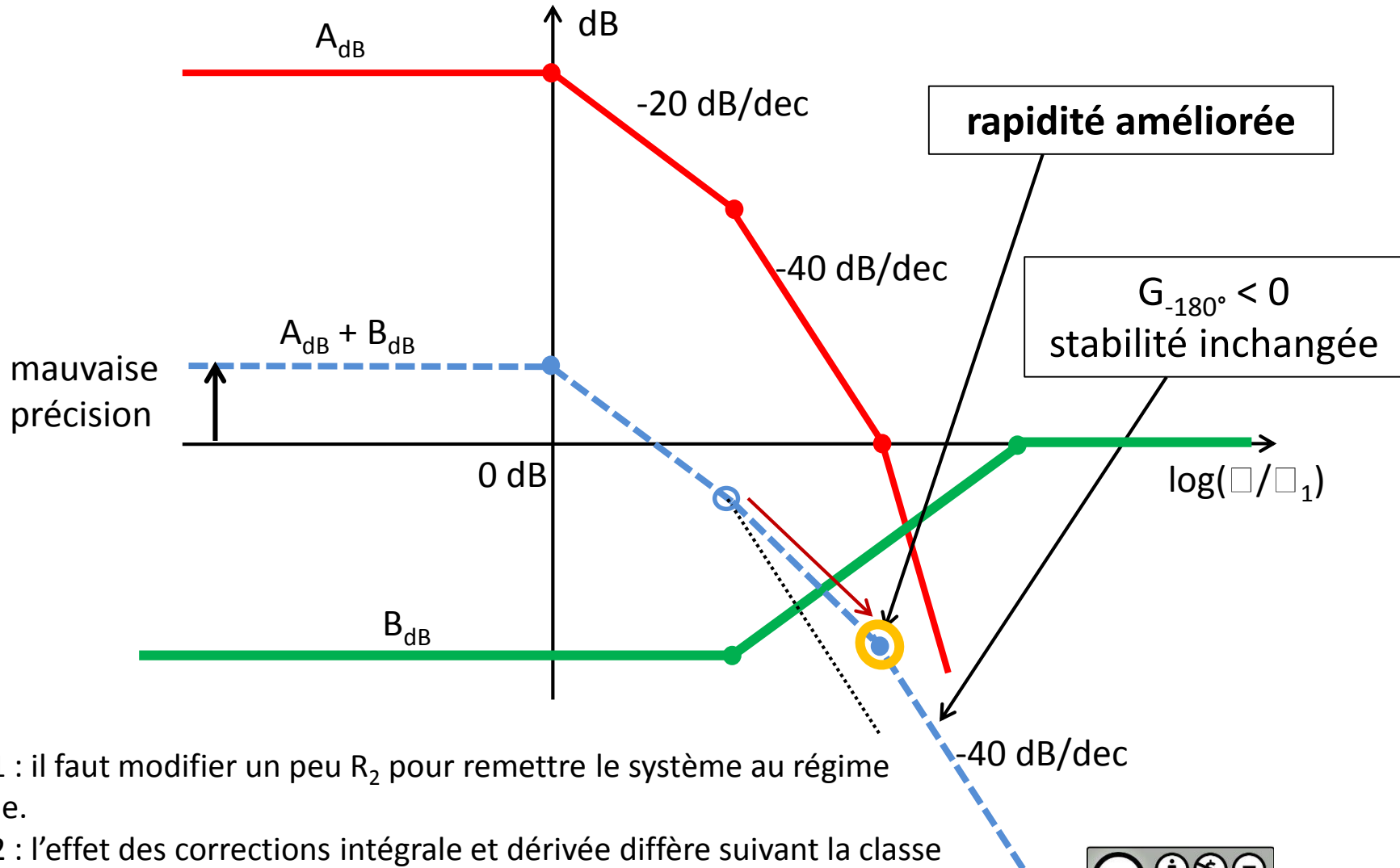
Et voici le résultat de son action sur le gain de boucle :



2. Etude d'un amplificateur suiveur

6. Correction proportionnelle et dérivée (P & D)

Et voici le résultat de son action sur le gain de boucle :



Note 1 : il faut modifier un peu R_2 pour remettre le système au régime critique.

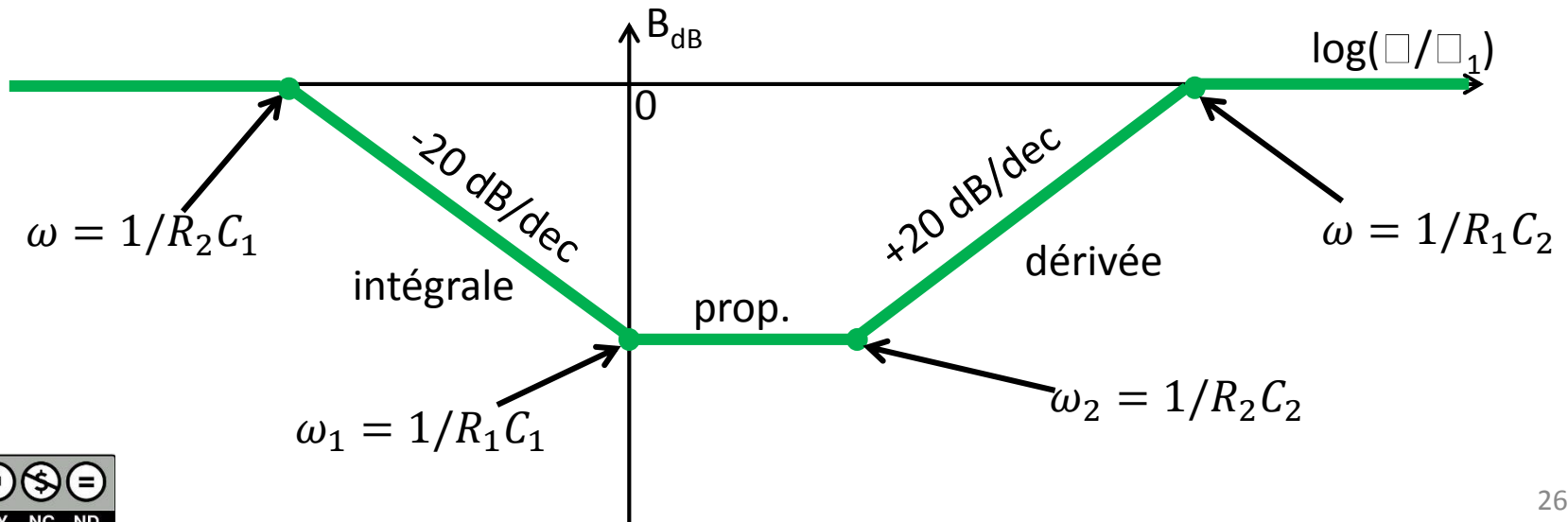
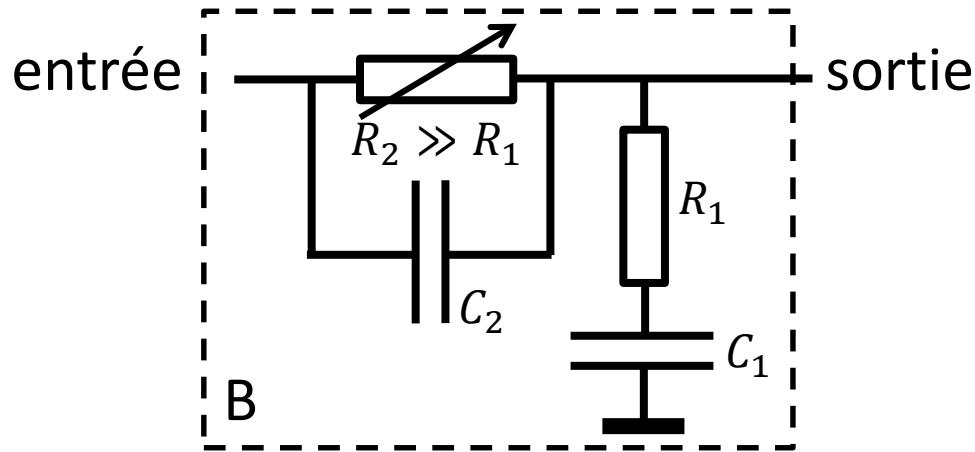
Note 2 : l'effet des corrections intégrale et dérivée diffère suivant la classe du système. Le cas traité ici est spécifique des systèmes de classe 0.

2. Etude d'un amplificateur suiveur

7. Correction proportionnelle, intégrale et dérivée (PID)

But : améliorer la rapidité.

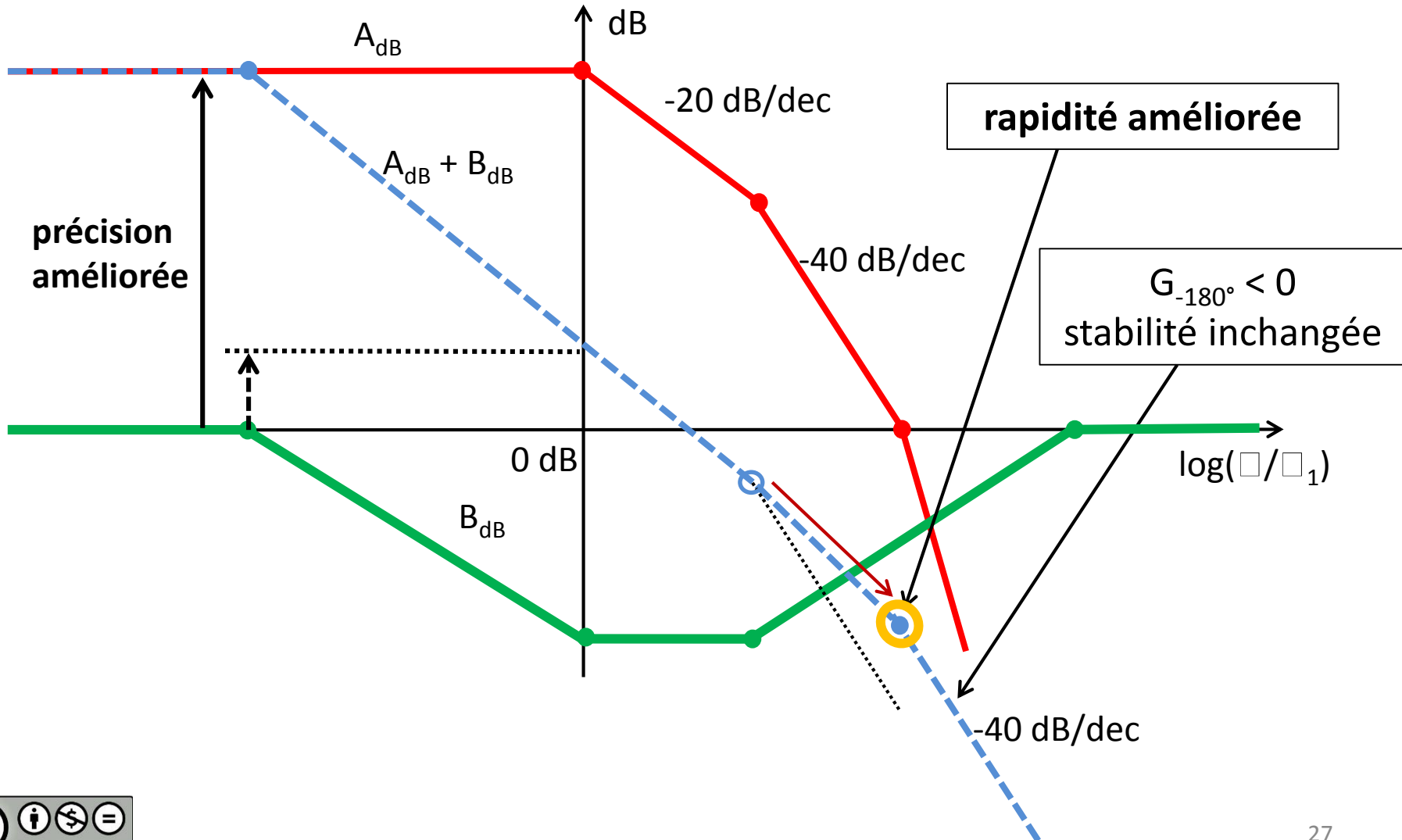
On remplace le correcteur proportionnel par le correcteur suivant :



2. Etude d'un amplificateur suiveur

7. Correction proportionnelle, intégrale et dérivée (PID)

Et voici le résultat de son action sur le gain de boucle :



2. Etude d'un amplificateur suiveur

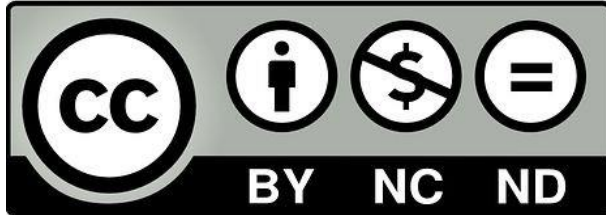
8. En résumé, pour le montage « systèmes bouclés »

- Diagramme de Bode de l'amplificateur en boucle ouverte
- puis tout le reste en boucle fermée :
 - instabilité → correction proportionnelle
 - réponse indicielle : ajustement, précision, temps de réponse, corrections PI puis PID.
- expérience de *régulation* d'éclairement ou de vitesse (la *régulation* a les mêmes propriétés que la précision dans le cadre de l'*asservissement*).

Une régulation peut être réaliser de manière plus basique, suivant le cahier des charges (thermostat d'un four par exemple) : expérience de régulation en température (module « tout-ou-rien »).

L'instabilité d'un système bouclé peut être exploitée pour réaliser des oscillateurs (Cf. suite du cours (Oscillateurs actifs)).

Il existe des asservissements non-linéaires : la boucle à verrouillage de phase par exemple.



This work is licensed under a Creative Commons “Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International” license.

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.fr>